

Att mäta skolors relativa effektivitet

- En modellanalys baserad på resurser och resultat

Förord

Under stora delar av 1990-talet utsattes skolan för ekonomiska neddragningar samtidigt som elevkullarna i grundskolan ökade. Den nationella statistiken för skolektorn visar att lärartätheten sjönk kontinuerligt mellan 1992 och 1998 för att sedan öka något. Under perioden 1992-2003 minskade också andelen lärare med pedagogisk högskoleutbildning. Mycket av debatten kring den svenska skolan har därför kretsat kring vilka effekter den lägre lärartätheten har haft och har för skolans kvalitet och de resultat som uppnås.

Att studera hur resurser används i skolektorn och hur de resurser som finns att tillgå kan användas för att uppnå bästa möjliga resultat är alltid angeläget. För att kunna göra detta fordras faktaunderlag.

I Skolverkets regleringsbrev för budgetåren 2002, 2003 respektive 2004 har regeringen efterfrågat ökade kunskaper om resursernas betydelse för utbildningsresultatet. År 2002 startade Skolverket ett arbete med syfte att fördjupa myndighetens empiriska och metodologiska kunskap på området resurser och resultat. Förevarande rapport är ett resultat av detta arbete. Studien avser belysa hur och om uppgifter från det nationella uppföljningssystemet kan användas för att skapa indikatorer på hur väl skolorna presterar samt att undersöka vilka faktorer som samvarierar med dessa mått. Ambitionen är också att visa hur de metoder som används i studien kan användas för att underlätta lokala analyser.

Studien har utarbetats av Jesper Antelius och Miki Tomita vid Skolverkets Utredningsavdelning. Under arbetet har samråd skett med en myndighetsintern referensgrupp bestående av Anna Barklund, Kerstin Mattsson, Kristian Ramstedt och Christina Sandström. Diskussioner har också förts med forskare verksamma inom sakområdet.

Stockholm den 13 september 2005

Per Thullberg
Generaldirektör

Jesper Antelius
Projektledare, Utredningsavdelningen

FÖRORD	2
INLEDNING	5
ATT MÄTA SKOLORS RELATIVA EFFEKTIVITET	7
INTRODUKTION	7
PRODUKTIONSFRONT	8
SKALAVKASTNING	10
DEA-METODENS STYRKOR OCH SVAGHETER	11
EN MODELL FÖR BESTÄMNING AV RELATIV EFFEKTIVITET I GRUNDSKOLAN	12
<i>Resultatmått</i>	12
<i>Resursmått</i>	13
DATA SOM ANVÄNDS I DEA-MODELLEN	14
<i>Resultatdata</i>	15
<i>Resursdata</i>	15
RESULTAT FRÅN DEA-ANALYSEN	15
KÄNSLIGHETSANALYS	16
<i>Extremvärden</i>	16
<i>Modellspecifikation</i>	17
<i>Slutsatser av känslighetsanalysen</i>	18
ANALYS AV VARIATION I RELATIV EFFEKTIVITET	19
REGRESSIONSMODELL.....	19
<i>Lärarkompetens</i>	20
<i>Organisation och arbetsmiljö</i>	21
<i>Valfrihet/konkurrens</i>	21
<i>Övriga skolstrukturella faktorer</i>	21
DATA I REGRESSIONSANALYSEN	22
RESULTAT AV REGRESSIONSANALYSEN	23
DEA SOM UNDERLAG FÖR LOKALA ANALYSER OCH JÄMFÖRELSER MELLAN HUVUDMÄN OCH SKOLOR	27
SAMMANFATTNING OCH DISKUSSION	29
SYFTE OCH FÖRUTSÄTTNINGAR FÖR STUDIEN	29
SKOLORS RELATIVA EFFEKTIVITET	29
SAMBAND MELLAN RELATIV EFFEKTIVITET OCH OLIKA FAKTORER.....	30
SKOLVERKETS BEDÖMNING	FEL! BOKMÄRKET ÄR INTE DEFINIERAT.
REFERENSER.....	32
BILAGA 1. LINJÄRPROGRAMMERING FÖR ATT BERÄKNA SKOLORS RELATIVA EFFEKTIVITET	35
BILAGA 2. VARIABELDEFINITIONER.....	38

DEFINITIONER DEA-VARIABLER.....	38
DEFINITIONER REGRESSIONSVARIABLER	40
BILAGA 3. ALTERNATIVA MODELLSPECIFIKATIONER SOM ANVÄNDS I KÄNSLIGHETSANALYSEN	43
BILAGA 4. PROGRAMVARA	44
BILAGA 5. STATISTISK SIGNIFIKANS.....	45
BILAGA 6. DESKRIPTIV STATISTIK FÖR DE VARIABLER SOM INGÅR I STUDIEN.....	46

Inledning

Sedan 1960-talet har det diskuterats huruvida det finns något samband mellan de ekonomiska resurserna som satsas på skolan och studieprestationer. Frågan uppmärksammas särskilt då skolan utsatts för besparingar. Den vanligaste metoden för att studera detta är att med hjälp av regressionsanalys eller andra ekonometriska metoder, försöka beräkna den ”pedagogiska produktionsfunktionen”. Detta innebär att man försöker relatera olika så kallade *inputfaktorer* som lärartäthet, kostnad per elev etc. till en så kallad *outputfaktor* som t.ex. provresultat eller betyg. Dessa studier uppvisar mycket varierade resultat, sambandet är i vissa studier positivt, i andra negativt och i en del fall finner man inget samband alls¹. Valförspolitiska rådet visar i en rapport² att lärartätheten har betydelse för resultaten i skolan. Framförallt är det elever med ”ofördelaktig” familjebakgrund som tjänar på en hög lärartäthet, vilket är ett resultat som överensstämmer med andra studier³. Det tyder på att sambandet mellan resurser och resultat inte är homogent, dvs. lika för alla elever. Forskningsområdet är dock komplicerat och det finns svåra metodologiska problem att bemästra vilket också är en av de slutsatser som Gustafsson och Myrberg (Skolverket (2002)) drar i en kunskapsöversikt på området resurser och resultat som genomfördes på Skolverkets uppdrag.

Ett forskningsområde som är relaterad till frågan om sambandet mellan resurser och resultat är skoleffektivitet⁴. Detta analysområde fokuserar på varför olika skolor med i huvudsak lika resurser presterar olika. Denna fråga har analyserats på svenska förhållanden i en avhandling från Lunds universitet⁵, i vilken det undersöks hur mycket resurserna kan minska utan att studieprestationerna försämrans samt vilka faktorer som kan förklara variationer i effektivitet mellan olika skolor. Bl.a. undersöks huruvida lärarsammansättningen på skolan spelar någon roll för skolors effektivitet. Resultaten från avhandlingen visar att en blandning av relativt nyexaminerade lärare och mer erfarna lärare liksom yrkeserfarenhet samvarierar med graden av skolors effektivitet. Däremot fann man inget samband mellan andelen lärare med pedagogisk utbildning och graden av effektivitet.

Förutsättningen för redovisningen i föreliggande studie är att analyserna begränsas till att omfatta den information som finns tillgänglig i det nationella uppföljningssystemet för skolan. Ambitionen är att pröva möjligheten att med hjälp av dessa data få fram meningsfulla mått som kan användas som indikatorer på hur väl skolorna presterar givet vissa förutsättningar samt att undersöka vilka faktorer som samvari-

¹ För en litteraturoversikt se t.ex. Hanushek (1996) eller Skolverket (2002).

² Björklund m.fl. (2003).

³ Kreuger (1999) respektive Lindahl (2001).

⁴ Ett forskningsområde som ibland förväxlas med skoleffektivitet är forskningen om skoleffekter eller så kallade *framgångsrika skolor*. Detta forskningsområde fokuseras på vad som utmärker bra skolor och hur skolor kan förbättras. För en utförlig diskussion om forskningen på området skoleffekter och framgångsrika skolor se exempelvis Teddlie och Reynolds (2000).

⁵ Waldo (2003).

erar med dessa mått. Syftet är att vidareutveckla och fördjupa den metodologiska kunskapen inom området resurser och resultat samt att visa om och hur statistiken i det nationella uppföljningssystemet kan användas för detta ändamål. Ytterligare ett syfte är att pröva om och hur de metoder som används i studien kan användas för att underlätta såväl lokala analyser som jämförelser mellan huvudmän och skolor.

Studiens analyser avgränsas till att omfatta grundskolan (kommunala och fristående skolor) baserat på data från det nationella uppföljningssystemet på skolnivå. Det innebär att studien begränsas till att avse grundskolor som utfärdat slutbetyg i årskurs 9, vilket sammanhänger med att betyg i dagsläget är den enda resultatinformation som för flera år finns insamlad för samtliga skolor. Detta innebär att av Sveriges drygt 5 000 grundskolor ingår ca 1 100 i studien. Den modell som redovisas ger således ingen information om de ca 3 500 grundskolor som inte har årskurs 9 i sin organisation.

Att mäta skolors relativa effektivitet

Introduktion

För att beräkna skolors relativa effektivitet används i denna studie en kvantitativ metod som benämns Data Envelopment Analysis (DEA)⁶. DEA-metoden utvecklades av Charnes, Cooper och Rhodes⁷ i slutet av 1970-talet för att utvärdera effektivitet i verksamheter med såväl flera insatsvaror (*input*) som produktionsresultat (*output*) och där information om priser saknas. Metoden har tagits fram för att utvärdera offentlig tjänsteproduktion och en av de första studierna där DEA användes som analysmetod var en studie som utvärderade den offentliga skolan i USA.⁸ Metoden har sedan dess använts i flera länder för studier av skolors relativa effektivitet.

Idén bakom DEA är att studera om enskilda produktionsenheter har en effektiv produktion. Detta kan göras antingen genom att undersöka om enheten skulle kunna använda mindre resurser för att producera de resultat man uppvisar eller genom att studera om enheten skulle kunna prestera bättre resultat med hjälp av befintliga resurser. Det förstnämnda betecknas som en *input*-orienterad DEA-modell, medan det senare benämns som en *output*-orienterad DEA-modell. Vilken ansats man använder beror på om man är intresserad av att produktionsenheten huvudsakligen skall försöka minska sin resursanvändning eller öka sina resultat.

Men vad är då en produktionsenhet? Inom effektivitetsstudier är det viktigt att definiera vem som är effektiv. Vem är det som fattar beslut om resurser och hur dessa används? Inom utbildningsväsendet är detta inte helt självklart. Skolans huvudman har ansvar för att de nationella målen uppfylls. För de fristående skolorna är skolans ägare huvudman. För de kommunala skolorna är kommunen ägare och huvudman. Huvudmannen fattar emellertid inte beslut om den dagliga verksamheten i skolan, det gör rektorn. Därför har rektorn ett primärt ansvar för att de resurser som tilldelats skolan används på ett optimalt sätt. Samtidigt visar utredningen Skolans ledningsfunktion⁹ att rektorns mandat och befogenheter varierar i kommuner.

Vi har i denna studie valt enskilda skolor som produktionsenheter. Det är skolan, dvs. rektorn och lärarna som arbetar närmast eleverna och har det dagliga ansvaret för verksamheten och därmed för resursfördelningen i relation till elevers särskilda behov. Vi har valt en *output*-orienterad DEA-modell eftersom det bör vara skolans huvudsakliga strävan att förbättra elevernas resultat givet sin budgetram. Man skulle

⁶ För utförligare beskrivningar av DEA finns ett antal referenser att tillgå. En introduktion till DEA ges i Coelli m.fl. (1998) respektive Fried m.fl. (1993). En grundlig genomgång av DEA finns i exempelvis Färe m.fl. (1994). En applikation på det svenska utbildningssystemet finns i Waldo (2003) och en studie av norska grundskolor finns i Borge och Naper (2005).

⁷ Charnes m.fl. (1978).

⁸ Charnes m.fl. (1981).

⁹ SOU 2004:116.

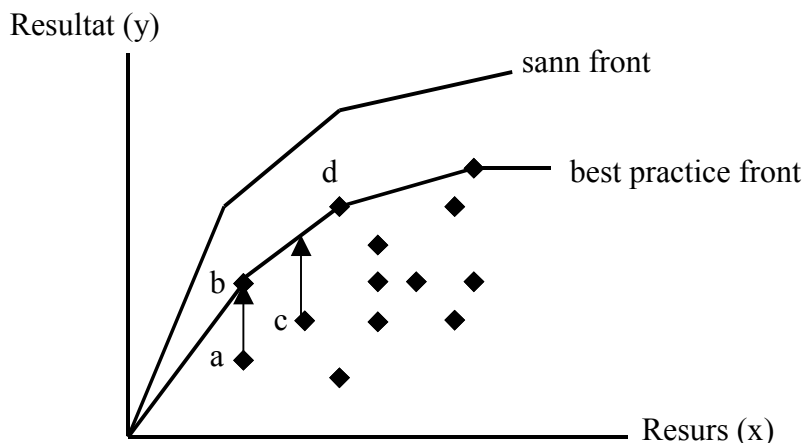
kunna tänka sig att välja kommunen som produktionsenhet, alla kommunens skolor skulle då ingå resursmässigt. Men något resultatmätt finns dock inte att tillgå för samtliga skolor i kommunen.

Det är viktigt att notera att det effektivitetsmätt som beräknas genom DEA avser relativ effektivitet. Det innebär att måttet ska ge en bild av en skolas effektivitet i förhållande till skolor med liknande förutsättningar. Det ger således inte något mått på skolans grad av effektivitet i förhållande till vad som är maximalt möjligt att producera i form av utbildningsresultat. Att en skola är ”relativt effektiv” enligt en DEA-analys innebär således att det inte finns några andra observerade skolor som presterat bättre resultat i förhållande till befintliga resurser.

De skolor som har högst relativ effektivitet för en given resurs utgör den måttstock gentemot vilken övriga skolor jämförs och benämns *referensskolor*. DEA kan därför något förenklat uttryckt beskrivas som en metod för att mäta skolors prestation i förhållande till ”best practice”, dvs. skolans prestation i förhållande till den skola som lyckas bäst med samma resursram.

Produktionsfront

För att mäta relativ effektivitet med DEA måste man definiera hur mycket det är möjligt att producera givet en viss resursinsats, detta anges av den så kallade produktionsfronten. Inom industriell produktion kan man beräkna vad som är tekniskt möjligt att producera med hjälp av de råvaror och maskiner man förfogar över. En sådan ansats lämpar sig dock sämre för skolan. Istället studerar vi vilka resultat andra skolor med liknande förutsättningar har lyckats prestera givet tillgängliga resurser. I denna *best practice*-ansats låter vi de skolor som uppvisar högst resultat för olika nivåer på resurser definiera fronten. Vi vet inte om dessa skolor faktiskt når maximalt resultat givet sina resurser eller om det även för dessa skolor finns utrymme för förbättringar, men vi vet att vi inte har observerat andra skolor som har presterat bättre. Figuren nedan ger en bild av resonemanget.

Sann front och best practice front

I figuren ovan anges på x-axeln hur mycket resurser skolorna använder (t.ex. lärartäthet) och på y-axeln hur mycket de producerar (t.ex. genomsnittligt meritvärde), så att ju mer resurser en skola har desto högre resultat förutsätts det vara möjligt att producera givet de förutsättningar som råder. Den kurva som benämns *sann front* är okänd och beskriver vilka resultat det antas möjligt att prestera. Det är osannolikt att någon skola presterar så bra att det inte finns utrymme för förbättringar. Det är alltså rimligt att anta att även för skolor på den observerade *best practice-fronten* finns det utrymme för resultatförbättringar.

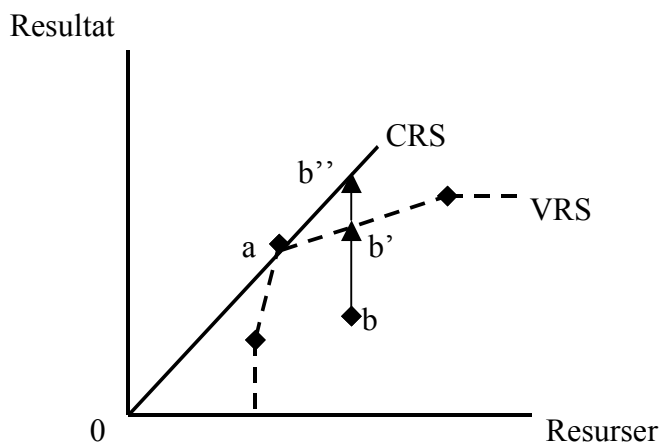
När man mäter effektivitet i en *output*-orienterad modell mäter man avståndet i y-riktningen från den observation som man studerar till fronten, vilket i figuren ovan innebär att man mäter det vertikala avståndet till fronten. Resultatet för skola *a* jämförs således med resultaten för skola *b* som har exakt lika mycket resurser. Skola *a* har lägre relativ effektivitet eftersom den antas kunna öka resultatet till nivå med skola *b*. Skola *b* är relativt effektiv eftersom det inte finns någon annan skola som presterar bättre, dvs. ligger högre på produktionsfronten. Skola *c* har en resursförbrukning som ligger mellan skola *b* och *d* och jämförs därför med det värde på resultatet som ligger ovanför skola *c* på en linje som sammanbinder skola *b* och skola *d*. Skola *c* betraktas inte som relativt effektiv eftersom den ligger under *best practice-fronten*. I exemplet ovan är skola *b* referensskola till skola *a* och skola *b* och *d* tillsammans referensskolor till skola *c*.

Relativ effektivitet uttrycks som ett tal mellan 0 och 1. De skolor som ligger på *best practice-fronten* har värdet 1 och en skola som ligger under fronten har ett lägre värde. Ligger skolan mitt emellan resursaxeln och fronten har den värdet 0,5 eller 50 procent av värdet för den skola som har maximal relativ effektivitet. Värdet på den relativa effektiviteten beräknas med hjälp av linjär programmering (se bilaga 1 för en beskrivning av effektivitetsberäkning genom linjärprogrammering).

Skalavkastning

Vid användning av DEA krävs ett antagande om skalavkastning. Skalavkastning beskriver, något förenklat uttryckt, vad som händer med resultaten vid en förändring av resurserna. Man kan använda konstant, varierande eller avtagande skalavkastning. Vid konstant skalavkastning ökar resultaten i samma proportion som resurserna, exempelvis leder en fördubbling av resurserna till en fördubbling av resultatet. Vid avtagande avkastning ökar resultatet mindre än ökningen i resurserna. Varierande skalavkastning är det minst restriktiva antagandet om skalavkastning och kan variera på olika delar av fronten. Produktionsfronten ser olika ut beroende på vilken skalavkastning man antar. Figuren nedan visar hur produktionsfronten kan se ut vid konstant respektive varierande skalavkastning.

Skalavkastning



I figuren representerar den heldragna linjen en produktionsfront under antagande om konstant skalavkastning (CRS). Varierande skalavkastning (VRS) representeras av den streckade linjen.¹⁰ Avstånden till fronten för en skola som b är beroende av antagandet om skalavkastning. Under antagande om varierande skalavkastning skulle skola b kunna prestera ett resultat motsvarande det som görs i b' . Under antagande om konstant skalavkastning skulle däremot skola b kunna prestera ett resultat motsvarande det som görs i b'' .

I denna studie beräknas skolors relativa effektivitet under antagande om varierande skalavkastning, dvs. vi antar inte att en ökning av resurserna leder till en proportionell ökning i resultatet.¹¹

¹⁰ Avtagande skalavkastning (DRS) följer CRS fronten från origo till a och sedan vidare längs VRS fronten.

¹¹ Det är rimligt att anta att effekten av insatta resurser varierar med resultatnivån.

DEA-metodens styrkor och svagheter

En styrka med DEA-metoden är att man kan analysera en verksamhet med flera olika resurser och resultat samtidigt. Detta är en stor fördel när man mäter skolors resultat eftersom skolan har ett antal olika mål att uppfylla. Skolor lägger också olika vikt vid dessa mål, exempelvis beroende på skolans lokala omvärld och skolledningens prioriteringar. Att beskriva skolans prestation med hjälp av ett enskilt resultatmått kan därför vara svårt.

En annan styrka med DEA är att metoden kräver mycket få antaganden om hur produktionen i en verksamhet ser ut¹², exempelvis behöver man inte utgå från att sambandet mellan resurser och resultat är linjärt eller har någon annan specifik funktionell form. Dessa två egenskaper gör DEA-metoden särskilt lämplig för analyser av offentlig tjänsteproduktion.

En svaghet med DEA är att metoden är känslig för mätfel och slumpvisa variationer i data¹³, vilket beror på att metoden inte tar hänsyn till osäkerhet i data.¹⁴ Genom en särskild procedur kallad *Bootstrapping* är det emellertid möjligt att skatta konfidensintervall. På så sätt kan man testa om den skattade effektiviteten är statistiskt säkerställd¹⁵ eller inte. För att testa modellernas känslighet för extremvärden (exempelvis p.g.a. mätfel) kan man använda en metod kallad *Jackknifing*. Metoden går ut på att utesluta enheterna en och en ur populationen och testa om effektiviteten utan den uteslutna enheten skiljer sig från den som är skattad med originalpopulationen. Det finns också ett antal föreslagna test för att testa skillnader mellan olika modellspecifikationer. Noterbart är dock att de effektivitetsmått som beräknas utifrån DEA är komplicerade ur statistisk synvinkel och att utveckling av de statistiska modellerna pågår.

De ovan beskrivna egenskaperna ställer krav på att de data som används i DEA håller hög kvalitet. För att minska effekterna av slumpvisa variationer och mätfel i data kan man använda genomsnittsdata för flera år. Man kan också undersöka min- och maxvärden för ingående data eller undersöka hur den beräknade relativa effektiviteten förändras då referensskolor utesluts ur analysen, en procedur som påminner om *Jackknifing*. Samtliga av de ovan beskrivna kontrollerna av data har genomförts i förevarande studie (se avsnittet *Känslighetsanalys*).

¹² Ett antagande som görs i DEA är att ökade resurser ökar den möjliga produktionen.

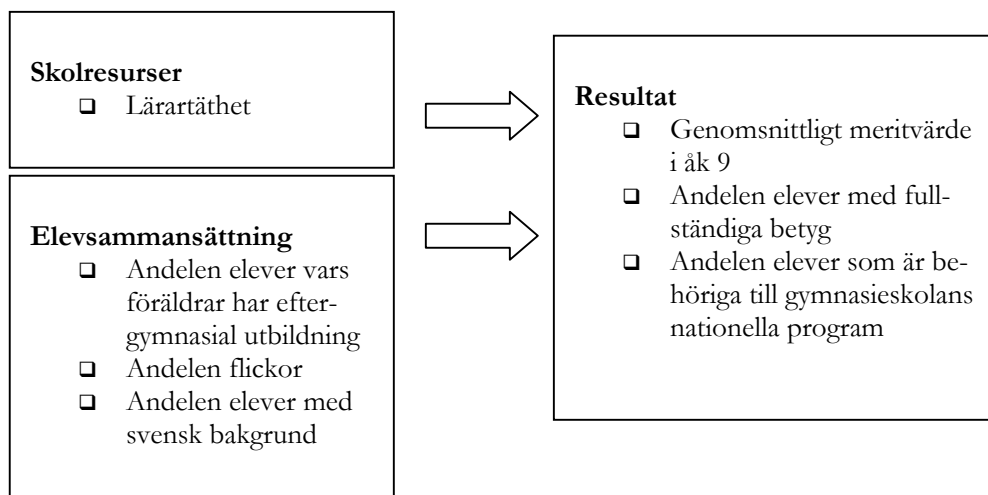
¹³ Exempel på sektorer där slumpvisa variationer förekommer i större omfattning är jordbrukssektorn eller fiskeindustrin. Detta p.g.a. att dessa sektorer påverkas av yttre faktorer som t.ex. väder och sjukdom.

¹⁴ Om förekomsten av mätfel och slumpvisa variationer är omfattande kan andra metoder som exempelvis Stokastisk frontanalys (se t.ex. Coelli m.fl. (1998)) användas, vilken är en statistisk metod där osäkerhet inkluderas i modellen.

¹⁵ Se bilaga 5.

En modell för bestämning av relativ effektivitet i grundskolan

Som bas för analysen av skolors relativa effektivitet används en modell där såväl skolresurser som elevsammansättning antas påverka skolornas utbildningsresultat, vilket illustreras i figuren nedan. Modellen begränsas som tidigare nämnts till de data som finns tillgängliga i det nationella uppföljningssystemet för grundskolan.



De mått på resultat som används för att beskriva skolors prestationer i denna studie återspeglar en stor del av de utbildningspolitiska mål, så kallade kunskapsmål, som finns uppställda för skolan. Skolan har emellertid även andra mål för sin verksamhet som inte fångas av dessa resultatmått. Målen för normer och värden anger att verksamheten i skolan skall utformas i överensstämmelse med grundläggande demokratiska värderingar och att skolan har en viktig uppgift att förmedla och hos eleverna förankra de grundläggande värden som samhällslivet vilar på. Detta är något som skulle vara intressant att ta hänsyn till i DEA-analysen om det hade funnits kvantitativa indikatorer tillgängliga.¹⁶ Det är därför fullt möjligt att skolor som i denna studie uppvisar en lägre grad av relativ effektivitet kan ha uppnått en högre måluppfyllelse avseende exempelvis skolors värdegrundsmål. Det finns emellertid studier som visar att måluppfyllelse när det gäller kunskaper och värdegrund samvarierar.¹⁷

De resultatvariabler som finns att tillgå för den svenska grundskolan skiljer sig från de resultatvariabler som är vanligt förekommande i de internationella studierna. I dessa har man ofta tillgång till olika former av provdata där man kan följa elevernas provresultat över tiden.¹⁸ Detta möjliggör beräkning av så kallade *value added*-mått

¹⁶ I DEA-analysen kan kvalitativa mått på skolans prestationer inkluderas såsom index över användarnas uppfattning om skolans kvalitet.

¹⁷ Skolverket (2004b).

¹⁸ Studierna bygger emellertid ofta på någon form av urval och gemensamma nationella prov är ovanligt.

där elevens utveckling under perioden mellan två provtillfällen antas bero på skolans insatser och de resurser eleven haft tillgång till. Med *value added* kan man således bedöma skolans effekt på elevernas utbildningsresultat eller det mervärde som skolan skapat.

Att beräkna relativa effektivitetsmått utifrån en *value added*-ansats är således att föredra. Utifrån befintliga data från det nationella uppföljningssystemet är emellertid denna typ av analys inte möjlig eftersom provdata endast samlas in för ämnesproven i årskurs 9, vilket innebär att det kan vara svårt att uttala sig om skoleffekter.¹⁹

Den resultatvariabel vi har att tillgå är elevernas betyg. Detta är ett väldokumenterat mått på elevernas prestationer och används för urval till gymnasieskolan m.m. I denna studie används det genomsnittliga meritvärdet på skolan. I DEA-analysen ingår även andelen elever med fullständiga betyg samt andelen elever som är behöriga till gymnasieskolans nationella program som resultatmått. Den förra variabeln kan tolkas som ett mått på skolans förmåga att tillse att alla elever uppnår en viss lägsta kunskapsnivå, medan den senare variabeln rör skolans förmåga att ge eleverna förutsättningar till fortsatta studier. Måtten är emellertid i grunden olika former av resultatmåttet betyg.

När man använder betyg som resultatmått är det viktigt att notera att betyg sätts av enskilda lärare och därför kan påverkas av lärarnas förmåga att bedöma varje elevs måluppfyllelse i förhållande till de kunskapsmål som finns uppställda för grundskolan. Det kan således vara svårt att uppnå fullständig precision i betygssättningen och att därmed garantera en likvärdig betygssättning mellan individer i enskilda ämnen. På skolnivå bör emellertid betygen vara mer stabila, eftersom de utgör ett genomsnitt för flera individer och flera ämnen. Så länge det inte finns några systematiska felaktigheter i betygssättningen på en skola bör betyg kunna användas på aggregerad nivå för jämförelser mellan skolor.

Resursmått

Skolresurser är de resurser som skolan förfogar över och som skolan använder sig av i verksamheten. Lärarresurser är av stor betydelse. Det finns även andra viktiga resurser som läromedel, skolbibliotek, elevvård m.m. I denna studie används emellertid endast lärartäthet på skolan som ”primärt” resursmått direkt påverkbart av skola och kommun. Att kostnader för skolan inte inkluderas i analysen beror bl.a. på att uppgifter om kostnader på skolnivå saknas för enskilda kommunala skolor.

Att elevernas socioekonomiska bakgrund har betydelse för deras utbildningsresultat är väl dokumenterat.²⁰ Elevernas bakgrund liksom studiemotivation påverkar såväl utbildningsprocessen i skolan som vilka resultat en skola kan uppnå. Eleverna, eller snarare det socioekonomiska kapital eleverna bär med sig, kan på så sätt ses som en

¹⁹ Beräkning av *value added*-mått kan emellertid genomföras för gymnasieskolan där elevernas grundskolebetyg kan användas som *input* i effektivitetsmodellen och elevernas gymnasiebetyg som ”output” (se Waldo, 2003).

²⁰ Se exempelvis Eriksson och Jonsson (1993) eller Härnqvist (1992).

resurs som skolan har olika tillgång till beroende på elevsammansättningen. Genom att inkludera elevsammansättningen på en skola i DEA-modellen skapas relativa effektivitetsmått som är kontrollerade för skillnader i skolornas elevsammansättning.

Det är emellertid inte alldeles självklart att inkludera denna typ av variabler i en DEA-analys utan ett val som görs.²¹ En ansats kan istället vara att i DEA-analys endast ta hänsyn till sådana faktorer som skolorna kan påverka. Då finns en möjlighet att i ett senare steg analysera variationen i relativ effektivitet med hjälp av regressionsanalys, varvid skolornas elevsammansättning kan användas som en av de faktorer som kan förklara relativa effektivitetsskillnader (se avsnittet *Analys av variation i relativ effektivitet*).

I DEA-modellen i denna studie används variablerna andelen elever på skolan vars föräldrar har eftergymnasial utbildning, andelen flickor på skolan samt andelen elever på skolan med svensk bakgrund för att belysa elevernas bakgrund och skolans elevsammansättning. Dessa grupper antas ha förhållandevis större möjligheter än övriga elever att uppnå goda studieresultat vilket också visats i tidigare studier.²² Notera dock att vi med hjälp av dessa variabler inte gör anspråk på att fullständigt belysa hemmets eller andra bakgrundsfaktorerers inverkan på enskilda elevers studieprestationer utan det kan finnas andra faktorer av betydelse som inte fångas i befintlig statistik. Exempel på sådana faktorer kan vara elevernas studiemotivation och föräldrarnas engagemang.

Data som används i DEA-modellen

I studien används data²³ för 1 115 skolor vilka fördelar sig på 274 kommuner. Data för några mindre kommuner saknas. Av de studerade skolorna är 1 010 kommunala och 105 fristående vilka utgör drygt 80 respektive 40 procent av samtliga skolor med elever i årskurs 9 läsåren 2001/02-2003/04.

För att inte snedvrída resultaten har skolor som har färre än 15 avgångselever exkluderats liksom skolor som saknar information för två av de tre läsår som ingår i studien. Därutöver har skolor som inte ger betyg enligt det mål- och kunskapsrelaterade betygssystemet, t.ex. Waldorfskolor, exkluderats liksom skoldaghem, sjukhuskolor och skolor som enbart bedriver undervisning för asylsökande elever. Studien är att betrakta som en totalundersökning, där samtliga skolor i landet med elever i årskurs 9 som uppfyller datakraven ingår.

²¹ Se t.ex. Duncombe m.fl. (1997) och Waldo (2003) för en diskussion om elevbakgrundsvariabler i effektivitetsmodeller.

²² Se exempelvis Skolverket (1999) och Hanushek (1986).

²³ Se bilaga 2 för fullständiga definitioner av de data som används i DEA-modellen samt bilaga 6 för deskriptiv statistik.

För att minska effekten av tillfälliga variationer och mätfel beräknas ett genomsnitt avseende läsåren 2001/02, 2002/03 och 2003/2004 för samtliga variabler som ingår i DEA-modellen.²⁴

Resultatdata

De resultatdata som används gäller elever i årskurs 9 läsåren 2001/02-2003/04 och utgörs som nämnts av genomsnittligt meritvärde från årskurs 9, andelen elever med fullständiga betyg samt andelen elever med behörighet till gymnasieskolans nationella program. Meritvärdet utgörs av summan av betygsvärdena för de 16 bästa betygen i elevens slutbetyg där det möjliga maxvärdet är 320 poäng. Det genomsnittliga meritvärdet för skolan beräknas genom att dividera elevernas sammanlagda poäng med antalet elever som fått betyg i minst ett ämne enligt det mål- och kunskapsrelaterade systemet. Andelen elever med fullständiga betyg respektive andelen elever som är behöriga till gymnasieskolan beräknas genom att dividera antalet elever som fått betyg i 16 ämnen respektive antalet elever som minst har betyget Godkänd i ämnena svenska/svenska som andraspråk, engelska och matematik med antalet elever som har fått eller skulle ha fått betyg enligt det mål- och kunskapsrelaterade betygssystemet.

Resursdata

Lärartäthet, dvs. antalet lärare omräknat till heltidstjänster per 100 elever, avser läsåren 2001/02-2003/04. I lärartäthetsmåtten inkluderas samtliga lärare på skolan, dvs. både lärare med respektive utan pedagogisk högskoleutbildning. I gruppen lärare med pedagogisk högskoleutbildning hör förutom de lärare som har pedagogisk högskoleutbildning även de lärare som tidigare förklarats behöriga till statlig reglerad lärartjänst respektive personer som har haft förordnande som behöriga lärare. En brist med dessa data är att lärartätheten gäller hela skolan, vi har alltså ingen information om hur lärartätheten ser ut för de elever som vi har resultatmätt för.

Elevbakgrundsvariabler avser elever i årskurs 9 läsåren 2001/02-2003/04 och består av andelen elever vars föräldrar har eftergymnasial utbildning, andelen elever med svensk bakgrund samt andelen flickor. I gruppen elever vars föräldrar har eftergymnasial utbildning ingår de elever som har åtminstone en förälder med eftergymnasial utbildning. Gruppen elever med svensk bakgrund består av de elever som är födda i Sverige vars föräldrar är födda i Sverige.

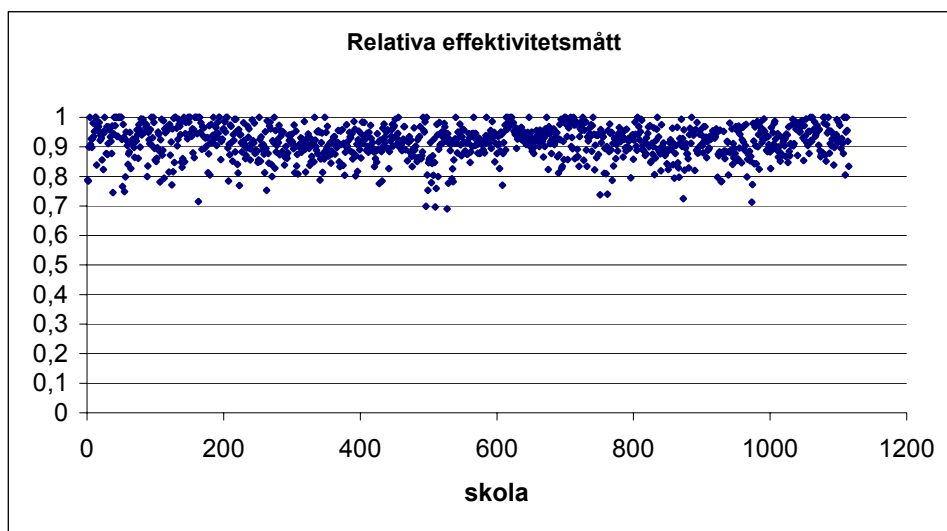
Resultat från DEA-analysen

Om vi beräknar relativa effektivitetsmått för samtliga 1 115 skolor som ingår i studien enligt modellen ovan erhålls ett genomsnittligt effektivitetsmått för samtliga skolor på 0,92. Det betyder att de observerade skolorna enligt DEA-analysen i genomsnitt skulle kunna förbättra sina resultat med cirka åtta procent med oföränd-

²⁴ Se resonemanget i avsnittet *DEA-metodens styrkor och svagheter*.

rad lärartäthet och elevsammansättning. I diagrammet nedan har skolorna placerats utifrån erhållna värden på de relativa effektivitetsmåten.

Skolors fördelning enligt beräknade relativa effektivitetsmått



De relativa effektivitetsmåten för de skolor som ingår i studien varierar mellan 0,7 och 1,0, där 25 procent av skolorna har ett relativt effektivitetsmått som understiger 0,88 och 25 procent av skolorna har ett relativt effektivitetsmått som överstiger 0,95. Skolor som har ett värde på 1,0 är skolor som enligt DEA-modellen presterar bäst givet befintlig lärartäthet och elevsammansättning. Som nämnts tidigare bildar dessa skolor fronten gentemot vilken övriga skolorna jämförs, dvs. de är så kallade referensskolor. Som synes är det en liten spridning i den relativa effektiviteten mellan skolor. Detta är föga förvånande då Sveriges grundskolor i ett internationellt perspektiv har en liten variation i studieresultat mellan skolor.²⁵

Känslighetsanalys

Extremvärden

För att undersöka huruvida det finns extremvärden i det dataunderlag som används i DEA-analysen används två test. Dels undersöks extremvärden dels används en procedur som påminner om *Jackknifing* (se avsnittet *DEA-metodens styrkor och svagheter*).

I det första testet granskas skolor som erhåller min- och maxvärden för de ingående resurs- och resultatvariablerna för att se huruvida dessa skolor kan betraktas

²⁵ Skolverket (2004c)

som extrema i något avseende. Som ett resultat av denna granskning exkluderas en skola.

I det andra testet beräknas genomsnittliga effektivitetsmått efter att de skolor som fungerar som referensskolor och har ett relativt effektivitetsmått på 1,0 (dvs. utgör fronten) en och en uteslutits ur analysen. Om det blir stora skillnader i det genomsnittliga effektivitetsmättet kan man misstänka att den eller de exkluderade referensskolorna på något sätt skiljer sig markant från andra skolor och därför inte är lämpliga som referensskolor.

Tre olika metoder att exkludera referensskolor har använts. I den första metoden exkluderas en referensskola åt gången varefter genomsnittliga effektivitetsmått för resterande skolor beräknas. Proceduren fortsätter tills samtliga de skolor som är referensskola för tio procent eller fler skolor uteslutits. I den andra metoden exkluderas den skola som är referensskola till flest skolor varefter genomsnittliga effektivitetsmått beräknas. Referensskolan inkluderas igen varefter den skola som är referensskola till näst flest skolor exkluderas. Liksom i den första metoden fortsätter proceduren tills de skolor som är referensskolor för fler än tio procent exkluderats. I den tredje metoden slutligen exkluderas den skola som är referensskola till flest skolor varefter en ny front med nya referensskolor liksom genomsnittliga effektivitetsmått beräknas. Den skola som enligt den nya beräkningen är referensskola till flest skolor exkluderas i sin tur. Proceduren har genomförts i 13 omgångar. Enligt samtliga tre metoder förändras de genomsnittliga effektivitetsmåttendast marginellt (-0,004%, -0,12%, -0,14%). Detta andra test föranleder därmed inte exkludering av någon skola.

Modellspecifikation

För att testa DEA-resultatens känslighet med avseende på den modellspecifikation, dvs. de variabler som valts att ingå i DEA-modellen, jämförs de genomsnittliga effektivitetsmåttend beräknade utifrån den valda DEA-modellen med några alternativa modellspecifikationer (se bilaga 3). Därutöver genomförs också rangkorrelationstest²⁶ mellan den valda DEA-modellen och de alternativa modellerna för att se om skolorna rangordnas olika beroende på vilken modellspecifikation som används.

De genomsnittliga effektivitetsmåttend varierar mellan 0,89-0,92 beroende på de olika modellspecifikationerna, dvs. en skillnad på tre procentenheter. Vi kan därmed dra slutsatsen att de beräknade genomsnittliga effektivitetsmåttend för skolorna endast påverkas marginellt av vald modellspecifikation (bland dem som prövats).

Rangkorrelationstestet visar att den valda DEA-modellen har en hög korrelation (0,91-0,97) med de alternativa modellerna. Exempelvis erhålls ett värde på rangkorrelationskoefficienten på 0,91 (maxvärde 1,0) mellan modellen som används i den-

²⁶ Spearmans rangkorrelationsmått har använts. Spearmans rangkorrelationsmått testar huruvida två variabler är oberoende. Korrelationsmättet varierar mellan 0-1, där värdet 1 visar att rangordningen överensstämmer helt.

na studie och en modell där skolornas elevsammansättning exkluderats. Den valda modellspecifikationen har således marginell betydelse för hur skolorna rangordnas i förhållande till varandra.

Slutsatser av känslighetsanalysen

Känslighetsanalysen visar att data inte innehåller några extremvärden som skulle kunna påverka resultaten i DEA-analysen i felaktig riktning. DEA-resultaten är inte heller känsliga för hur modellen har specificerats, dvs. vilka variabler som har inkluderats i DEA-modellen. Tolkningen blir således att DEA-resultaten är stabila.

Analys av variation i relativ effektivitet

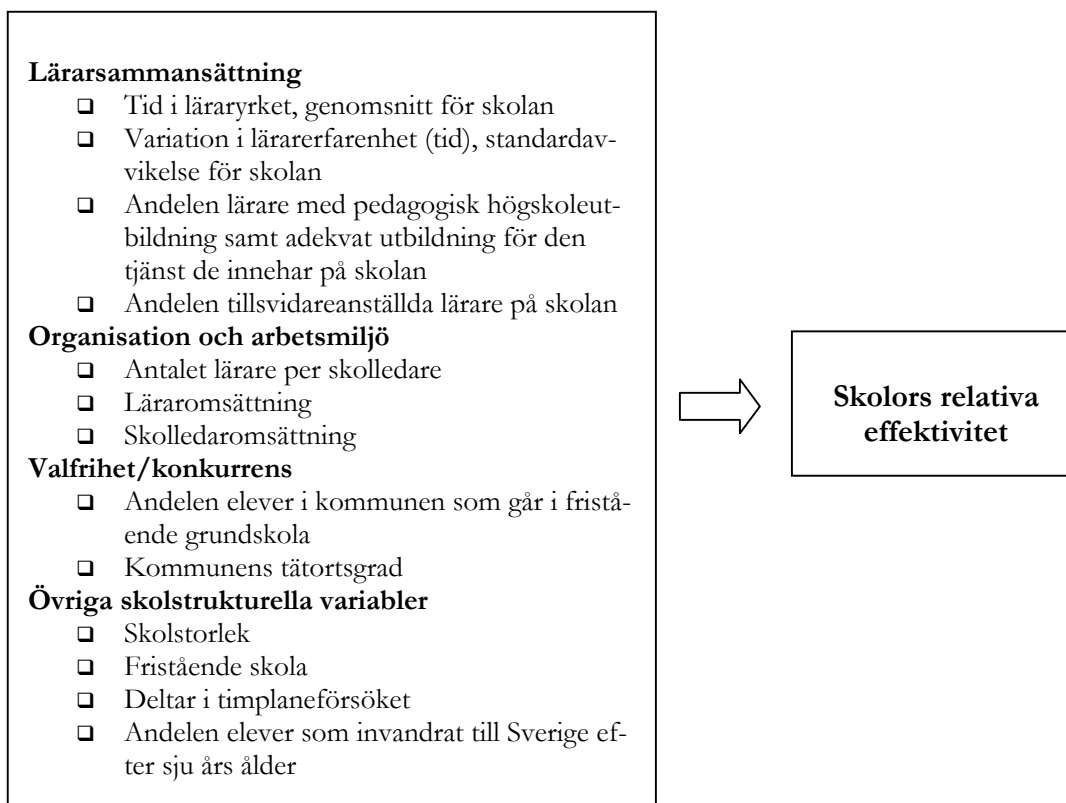
Regressionsmodell

Effektivitetsanalyser av skolor inom ekonomisk forskning inriktas ofta på att finna generella företeelser som samvarierar med graden av effektivitet. En sådan ansats syftar till en ökad förståelse för vad som orsakar effektivitetsskillnader. Ett exempel på detta är hur förekomsten av fristående skolor samvarierar med den relativa effektiviteten i de kommunala skolorna. Detta har studerats i bland annat Grosskopf m.fl. (2001), Bradley m.fl. (2001) och Waldo (2003). Även andra faktorer av betydelse för skolans relativa effektivitet kan naturligtvis användas i analyser av orsakerna till variationer i effektivitet mellan skolor. Exempel på sådana är undervisningsmetoder, skolorganisation, lärarkårssammansättning, kommunstrukturella faktorer etc.

För att undersöka vilka faktorer som karaktäriserar skolor som uppvisar högre relativ effektivitet jämfört med andra skolor använder vi i detta avsnitt regressionsanalys. Vi går därmed i detta avsnitt ifrån att studera enskilda skolors relativa effektivitet till att på aggregerad nivå analysera generella samvariationer. I analysen används en ekonometrisk metod som benämns Tobit²⁷.

Det kan finnas flera olika orsaker till att skolor med tillsynes lika förutsättningar når olika resultat. Figuren nedan illustrerar de variabler som testas i analysen och som är tillgängliga i det nationella uppföljningssystemet.

²⁷ Tobit-regression är en ekonometrisk metod som lämpar sig väl när den beroende variabeln är censurerad i någon del av fördelningen, vilket gäller för de beräknade relativa effektivitetsmåten. För en mer detaljerad beskrivning av Tobit-metoden se t.ex. Maddala (1992) eller Greene (2000).



Lärarkompetens

Kompetensen hos de lärare som bedriver undervisningen i skolan kan antas vara en central faktor för skolors prestationer, här mätt som den relativa effektiviteten. Lärarkompetensen är något som ofta nämns som en viktig faktor för att eleverna ska lyckas i skolan.²⁸ För att belysa lärarkårens kompetens på respektive skola har vi tagit hänsyn till antal år i läraryrket respektive huruvida lärarna på skolan har pedagogisk högskoleutbildning (dvs. lärarexamen) samt adekvat²⁹ utbildning för den tjänst de innehar på skolan.

Variablerna andelen tillsvidareanställda lärare på skolan samt variationen i tid i läraryrket tas med i analysen för att försöka spegla den pedagogiska miljön på skolan. Variationen i lärarnas tid i läraryrket avser att belysa hur pass homogen eller heterogen lärarkåren är på skolan. En låg variation tyder på mer homogen lärarkår med avseende på tid i yrket, medan en hög variation tyder på en mer heterogen lärarkår. Om en skola har en homogen lärarkår med avseende på tid i yrket skulle detta kun-

²⁸ Se Skolverket (2002) för en sammanställning av tidigare forskning.

²⁹ Med adekvat utbildning menas här att läraren har en pedagogisk grundutbildning som motsvarar tjänstens befattningskod. Detta är alltså ett relativt grovt begrepp där varken ämnen i utbildningen eller ämnen i undervisningen ingår i bedömningen.

na gynna en samsyn vad avser skolans mål och uppdrag, vilket kan vara positivt för utbildningsresultaten.

Organisation och arbetsmiljö

Antalet lärare per skolledare samt lärar- och skolledaromsättning avser att spegla skolans organisation och arbetsmiljö. Antalet lärare per skolledare antas bl.a. indikera vilken möjlighet skolledaren har att överblicka den skola eller de skolor som han/hon fungerar som en pedagogisk och administrativ ledare för, medan lärar- och skolledaromsättning avser spegla kontinuiteten vad gäller personalen på skolan och kan vara en indikator på skolans arbetsmiljö.

Valfrihet/konkurrens

En högre grad av valfrihet, dvs. att det finns flera skolor att välja på för eleverna, kan antas medföra en ökad konkurrens mellan skolor. Detta antas ofta gälla såväl fristående som kommunala skolor. I analysen används andelen elever i kommunen som går i fristående grundskolor som ett mått på möjlig konkurrens.

En kommuns tätortsgrad kan också tänkas påverka valmöjligheten och därför öka graden av möjlig konkurrens. Tätortsgraden i den kommun där skolan är belägen är således ytterligare ett mått på möjlig konkurrens. Tätortsgraden kan emellertid också fånga upp skillnader i strukturella förutsättningar mellan mindre och mer tätbefolkade kommuner.

Andelen elever i fristående skolor samt tätortsgrad är variabler som kan antas fånga upp effekter av konkurrens om såväl elever som resurser. Vid genomförandet av de s.k. valfrihetsreformerna antogs konkurrens bidra till att driva fram nya framgångsrika pedagogiska metoder, vilka skulle kunna bidra till skolutveckling och en högre kvalitet på undervisningen. Konkurrens skulle också kunna tvinga skolor att använda tillgängliga resurser mer effektivt för att inte bli utkonkurrerade. Dessa två effekter skulle således leda till en högre relativ effektivitet för skolor. Konkurrens skulle emellertid även kunna tänkas påverka skolors relativa effektivitet negativt om det leder till att mer studiemotiverade elever koncentreras till ett fåtal attraktiva skolor, så kallad *cream skimming*³⁰. Förhållandevis mindre attraktiva skolor skulle då förlora de mer studiemotiverade eleverna samtidigt som den positiva effekt som dessa elever kan ha på övriga elevers studieprestationer, så kallad *peer effect*³¹, också försvinner.

Övriga skolstrukturella faktorer

I analysen av variationer i måttet på skolors relativa effektivitet inkluderas även fyra skolstrukturella faktorer. Skolverket har i en undersökning av studieresultatet för elever med utländsk bakgrund³² funnit att skolor med en stor andel sent invandrade

³⁰ Se t.ex. Hsieh och Urquiola (2003) eller Sandström (2002) för en diskussion om sambandet mellan konkurrens och *cream skimming*.

³¹ Se t.ex. Hoxby (2000) för ett resonemang om *peer effects*.

³² Skolverket (2004a).

elever presterade sämre vad gäller betyg. I analysen har vi därför inkluderat variabeln andelen elever som invandrat efter sju års ålder. Ytterligare en faktor som beaktas i analysen är huruvida en skola har deltagit i Timplanedelegationens försöksverksamhet med en fullständig befrielse från den nationella timplanens indelning i tid per ämne eller ämnesgrupp vilken påbörjades år 2000³³. Skolor som deltagit i detta försök kan antas ha haft större möjlighet att anpassa sin undervisning till enskilda elevers behov. I analysen undersöks även om det finns några systematiska skillnader mellan skolor med kommunala och fristående huvudmän. Skolor med en fristående huvudman kan bl.a. göra vissa avvikelser från läro-, kurs- och timplaner. Slutligen testas i vilken utsträckning skolstorlek, dvs. antalet elever per skola, har betydelse för skolors relativa effektivitet. Skolstorleken påverkar skolors organisation och pedagogiska miljö och därmed förutsättningarna för verksamheten, vilket i förlängningen kan ge utslag på effektivitetsmättet.³⁴

Data i regressionsanalysen

Regressionsanalysen omfattar data för samma population skolor som analyseras i DEA-avsnittet (se avsnittet *Data som används i DEA-modellen*).³⁵ Samtliga variabler som ingår i regressionsmodellen avser ett genomsnitt för läsåren 2001/02, 2002/03 och 2003/04.

Lärarvariablerna liksom de variabler som gäller skolors organisation och arbetsmiljö är beräknade utifrån uppgifter i det nationella lärarregistret.

Lärarkårens erfarenhet av läraryrket mäts genom att beräkna genomsnittlig tid i yrket för de lärare som är anställda på skolan. På motsvarande sätt mäts variation i lärarnas tid i läraryrket genom att beräkna standardavvikelsen när det gäller tid i läraryrket för de lärare som är anställda på skolan. Andelen lärare med pedagogisk högskoleutbildning och adekvat utbildning för den tjänst de innehar på skolan beräknas genom att dividera antalet lärare som avlagt pedagogisk högskoleexamen och innehar adekvat utbildning för den tjänst de innehar på skolan med det totala antalet lärare på skolan. Andelen tillsvidareanställda lärare beräknas genom att dividera antalet lärare som har tillsvidareanställning på skolan med samtliga lärare på skolan. Vid beräkning av båda variablerna är antalet lärare omräknat till heltidstjänster.

Antalet lärare per skolledare beräknas genom att dividera antalet lärare på skolan med antalet skolledare på skolan, där både lärare och skolledare omräknats till heltidstjänster. Omsättningsvariablerna visar hur många lärare respektive skolledare som tjänstgjorde på skolan ett visst år och som är kvar på skolan ett år senare.

³³ Se Timplanedelegationen på www.timplanedelegationen.gov.se.

³⁴ Borge och Naper (2005) erhåller en signifikant positiv samvariation mellan skolstorlek och skolors beräknade effektivitet vilket de tolkar som att större skolor har en lägre variation i effektivitet.

³⁵ Se bilaga 2 för fullständiga definitioner av de data som används i regressionsmodellen samt bilaga 6 för deskriptiv statistik.

De variabler som avser belysa valfrihet/konkurrens avser kommunnivån. Variabeln som visar andelen elever i fristående skolor beräknas genom att dividera antalet elever i kommunen som går i en fristående grundskola med totala antalet grundskoleelever i kommunen. Tätortsgraden visar hur stor andel av en kommuns befolkning som bor i en tätort. Tätort definieras härvid som en bebyggelse med högst 200 meter mellan husen och minst 200 invånare.

Variabeln skolstorlek avser antalet elever på skolan. Två olika variabler indikerar om skolor har fristående huvudman respektive ingår i Timplanedelegationens försöksverksamhet med befrielse från nationella timplaner. Andelen elever som invandrat till Sverige efter sju års ålder har beräknats genom att dividera antalet elever i årskurs 9 som är födda utomlands och som invandrat efter sju års ålder med samtliga elever i årskurs 9.

Resultat av regressionsanalysen

I tabellen nedan redovisas de regressionsmodeller som används för att undersöka samvariationen mellan de ovan beskrivna variablerna till relativ effektivitet.

Regressionsmodeller

Oberoende variabler	Modeller				
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Tid i läraryrket, genomsnitt för skolan	X			X	X
Variationen i lärarerefarenhet (tid), standardavvikelse för skolan	X			X	X
Andelen lärare med pedagogisk utbildning samt adekvat utbildning för den tjänst de innehar på skolan	X			X	X
Andelen tillsvidareanställda lärare på skolan	X			X	X
Antalet lärare per skolledare					X
Läroarsättning					X
Skolledaromsättning					X
Andelen elever i kommunen som går i fristående grundskola		X		X	X
Kommunens tätortsgrad		X		X	X
Skolstorlek			X	X	X
Fristående skola			X	X	X
Deltar i timplaneförsöket			X	X	X
Andel elever med utländsk bakgrund som invandrat till Sverige efter sju års ålder			X	X	X

I modell (1)-(3) analyseras inledningsvis lärarsammansättnings-, konkurrens- och skolvariabler för sig. I modell (4) analyseras samvariationen mellan skolors relativa effektivitet och lärarsammansättnings-, konkurrens- och skolvariabler samtidigt. Slutligen i modell (5) inkluderas även lärar- och skolledaromsättningen samt antalet

lärare per skolledare. Eftersom ett flertal skolor saknar information om lärar- och skolledaromsättningsvariablerna minskar antalet skolor i modell (5) från 1 115 till 986.

Resultat av regressionsanalysen

Beroende variabel:	Inverterade och logariterade relativa effektivitetsmått				
Modeller:	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Oberoende variabler:					
Tid i läraryrket, genomsnitt för skolan	0,002 (0,001)			0,003*** (0,001)	0,003*** (0,001)
Variationen i lärarerfarenhet (tid), standardavvikelse för skolan	-0,013*** (0,002)			-0,007*** (0,002)	-0,009*** (0,002)
Andelen lärare med ped. utb samt adekvat utbildning för den tjänst de innehar på skolan	0,372E-3 (0,234E-3)			0,341E-3 (0,226E-3)	0,202E-3 (0,249E-3)
Andelen tillsvidareanställda lärare på skolan	0,311E-3 (0,264E-3)			0,399E-4 (0,256E-3)	-0,153E-3 (0,274E-3)
Antalet lärare per skolledare					-0,001*** (0,000)
Läroromsättning					0,257E-3 (0,312E-3)
Skolledaromsättning					0,803E-4 (0,141E-3)
Andelen elever i kommunen som går i fristående grundskola		0,002*** (0,000)		0,001*** (0,000)	0,001*** (0,000)
Kommunens tätortsgrad		-0,209E-3 (0,152E-3)		0,587E-5 (0,141E-3)	-0,138E-4 (0,149E-3)
Skolstorlek			0,293E-4*** (0,108E-4)	0,127E-4 (0,118E-4)	0,297E-4** (0,124E4)
Fristående skola			0,076*** (0,007)	0,061*** (0,009)	0,065*** (0,009)
Deltar i timplaneförsöket			-0,003 (0,004)	-0,003 (0,005)	-0,003 (0,005)
Andel elever med utländsk bakgrund som invandrat till Sverige efter sju års ålder			-0,004*** (0,000)	-0,004*** (0,000)	-0,004*** (0,000)
Antal skolor	1 115	1 115	1 115	1 115	986

Anm: Robusta standardfel i parentes. Symbolerna ** och *** anger att koefficienten är statistiskt signifikant på 5 respektive 1 procents nivå (se bilaga 5).

Av resultaten som redovisas i tabellen ovan framgår att lärarnas genomsnittliga tid i läraryrket samvarierar positivt med relativ effektivitet i modell (4) och (5), dvs. i modeller där vi även tar hänsyn till andra faktorer än lärarsammansättning. En högre andel erfarna lärare samvarierar med högre relativ effektivitet, vilket även tidigare effektivitetsanalyser av skolan visat³⁶. I motsats till Waldo (2003) finner vi att skolor som har en hög variation i erfarenhet av läraryrket har relativt lägre effektivitet, dvs. skolor med mer homogen lärarkår när det gäller erfarenhet av läraryrket presterar bättre. Något förvånande visar regressionsanalysen inget samband mellan relativ effektivitet och pedagogisk högskoleutbildning samt adekvat utbildning för tjänsten. Vissa tidigare effektivitetsstudier på skolområdet har inte heller kunnat påvisa något samband mellan relativ effektivitet och andelen lärare med pedagogisk högskoleutbildning.³⁷ Många studier visar dock på samband mellan lärarkompetens och elevernas studieresultat.³⁸

I linje med en tidigare effektivitetsstudie av svenska grundskolor³⁹ erhålls en positiv samvariation mellan relativ effektivitet och andelen elever i fristående skolor. Det innebär att skolor som ligger i kommuner med en hög andel elever i fristående grundskolor enligt regressionsanalysen i genomsnitt har högre relativ effektivitet än andra skolor. Det ligger i linje med ett antal studier som hävdar att konkurrens förbättrar studieprestationer, bl.a. Ahlin (2005) respektive Sandström och Bergström (2005). Analysen visar också att fristående skolor i genomsnitt har högre relativ effektivitet än kommunala skolor. Detta kan vara en effekt av så kallad *cream skimming*, dvs. positiv selektion av elever.

Vidare visar regressionsanalysen att skolor med en hög andel elever som invandrat till Sverige efter sju års ålder har en lägre relativ effektivitet, vilket är ett resultat som ligger i linje med Skolverkets tidigare undersökning⁴⁰. I den tidigare undersökningen sammanfattas att det är framförallt elever som är födda utomlands och kommit in i skolgången i Sverige relativt sent som har svårt att nå upp till målen som sätts i grundskolan och även fortsätter att ha problem i gymnasieskolan. Skolor med hög andel av dessa elever tilldelas även extra resurser utan att detta kortsiktigt resulterar i motsvarande höga resultat.

Slutligen samvarierar relativ effektivitet med skolstorlek i modellerna (3) och (5), men inte i modell (4). Skillnaden i resultat kan bero på att det är olika urval skolor i modell (4) och (5) eller att variabeln antal lärare per skolledare och skolstorlek är korrelerade. Huruvida skolstorlek samvarierar med relativ effektivitet är därmed oklart.

³⁶ Waldo (2003).

³⁷ Waldo (2003).

³⁸ Skolverket (2002)

³⁹ Waldo (2003).

⁴⁰ Skolverket (2004a).

DEA som underlag för lokala analyser och jämförelser mellan huvudmän och skolor

Inom ramen för det nationella uppföljningssystemet redovisas en mängd information om resurser och resultat såväl på kommun som skolnivå. Denna studie syftar till att öka kunskapen om resursernas betydelse för resultat genom att pröva modeller för analys med stöd av data i det nationella uppföljningssystemet. Ett sätt att göra detta är att undersöka hur en kommun eller skola presterar jämfört med andra kommuner och skolor genom att väga samman kommunens eller skolans resultat liksom kommunens eller skolans resurser. DEA är ett sätt att göra denna sammanvägning. DEA kan således användas för att sammanställa den officiella statistiken till *en* indikator eller *ett* mått på hur kommuner och skolor presterar med avseende på resurseffektivitet⁴¹ i förhållande till liknande kommuner och skolor. DEA skulle således med fördel kunna användas som ett komplement till SALSAS (Skolverkets arbetsverktyg för lokala sambandsanalyser), som tagits fram för att underlätta kommuners och skolors analys av den egna verksamheten.

I SALSAS redovisas hur höga meritvärden enskilda skolor presterar i förhållande till modellberäknade meritvärden respektive hur stor andel elever som har fullständiga betyg i förhållande till modellberäknad andel elever med fullständiga betyg. Uppgifterna i SALSAS bygger på en regressionsmodell⁴². I regressionsanalyser kan emellertid endast en resultatdimension åt gången analyseras. Genom DEA-metoden kan flera resultatdimensioner liksom kvalitetsaspekter analyseras samtidigt vilket är en stor fördel vid analyser av skolan⁴³. Samtidigt är det dock nödvändig att i den lokala analysen försöka identifiera de enskilda variabelernas betydelse för att kunna vidta lämpliga förbättringsåtgärder. DEA-analysen kan således ge en övergripande indikation på att det finns utrymme för förbättring. Ju fler variabler som ingår desto noggrannare analys krävs för att avgöra vilka åtgärder som behöver vidtas.

En alternativ möjlighet att använda mått på relativ effektivitet är att använda dem som underlag för att detaljstudera ett urval av skolor med hög respektive låg relativ effektivitet. Det finns ett intressant exempel av Murnane och Levy (1996) där 15 amerikanska skolor med låga resultat får ett betydande resurstillskott genom ett domstolsbeslut. När resurstillskottet utvärderas finner man att betygen i 13 skolor inte förändrats nämnvärt, medan det i två av skolorna gjorts stora framsteg. Sett ur ett effektivitetsperspektiv förefaller de två skolorna använt resurstillskottet mer effektivt. Vad var då skillnaden mellan skolorna? Enligt Murnane och Levy (1996) så hade de 13 skolorna använt pengarna till att minska klasstorleken, men i övrigt inte gjort några mer ingående förändringar i driften av skolan. De två skolorna där

⁴¹ DEA kan även användas för att beräkna produktivitet.

⁴² Oberoende variabler i SALSAS-modellen är andel pojkar på skolan, föräldrarnas utbildning samt andel elever med utländsk bakgrund (se Skolverkets hemsida för mer information om SALSAS modellen; http://sir.is.skolverket.se/pls/portal30/PORTAL30.siris_frame.siris).

⁴³ I dagsläget saknas dock mått på mer kvalitativa aspekter av skolan i det nationella uppföljningssystemet.

resultaten förbättrats hade man förutom att minska klasstorleken också infört ett antal andra reformer, exempelvis när det gäller föräldramedverkan och skolsjukvård.

Sammanfattning och diskussion

Syfte och förutsättningar för studien

Syftet med denna studie är att öka kunskapen inom området resurser och resultat. Ambitionen är också att undersöka hur befintlig statistik inom det nationella uppföljningssystemet kan användas för analyser av resurser och resultat.

Denna studie har prövat möjligheterna att utifrån uppgifter från det nationella uppföljningssystemet beräkna en form av indikatorer på skolors prestationer, så kallade relativa effektivitetsmått, där skolors resultat relateras till befintliga resurser och andra förutsättningar. Drygt 1 100 kommunala och fristående grundskolor med elever i årskurs 9 ingår i analysen. Studien är att betrakta som en totalundersökning i den mening att samtliga skolor i landet med elever i årskurs 9 som uppfyller de datakrav som är uppställda för analysen ingår i studien.

Skolors relativa effektivitet

I studien beräknas relativa effektivitetsmått för skolor med hjälp av DEA-metoden. Denna metod har använts inom forskningen om effektivitet under lång tid och är särskilt lämpad för analys av verksamheter inom offentlig tjänsteproduktion. DEA har också använts i många olika länder för studier av skolors relativa effektivitet. Metoden kan därmed sägas vara väletablerad. DEA ställer dock höga krav på data eftersom metoden är matematisk och bygger på så kallad linjär programmering. Metoden har därmed i sig själv inte rutiner för att hantera osäkerhet i dataunderlaget. I förevarande studie har därför åtgärder vidtagits för att försöka eliminera eventuella mät- och slumpfel.

I studien definieras skolors relativa effektivitet i förhållande till de skolor som når högst studieresultat givet den resurs och den elevsammansättning som finns på skolan. De skolor som presterar bäst utifrån givna resurser utgör således den måttstock gentemot vilka övriga skolor jämförs med och benämns *referensskolor*. Observera dock att skolor i beräkningen av skolans relativa effektivitet endast jämförs med andra skolor med liknande förutsättningar.

I studien används lärartäthet som resursvariabel och skolans elevsammansättning speglas av variablerna andelen flickor, andelen elever med svensk bakgrund samt andelen elever vars föräldrar har eftergymnasial utbildning. I studien används vidare resultatmått genomsnittligt meritvärde, andelen elever som är behöriga till gymnasieskolans nationella program samt andelen elever med fullständiga betyg.

De resultatvariabler som används i studien utgörs således av olika former av betygsunderlag. Dessa variabler används också i andra sammanhang. Betygssystemet är emellertid komplicerat och betygssättning en grannlaga uppgift. Bedömning och betygssättningen är något som bäst bör kunna bedömas lokalt. Relativa effektivitetsmått beräknat med DEA-metoden kan därför vara ett värdefullt underlag för den lokala uppföljningen och kvalitetsarbetet, på samma sätt som ett modellberäknat värde i Skolverkets SALSAMODELL.

DEA-analysen i studien indikerar att det finns ett potentiellt utrymme för de skolor som ingår i analysen att nå högre studieresultat givet befintlig lärartäthet och elevsammansättning. I jämförelse med de bäst presterande skolorna i studien kan övriga skolor förbättra sina resultat med i genomsnitt åtta procent med givna resurser. Troligtvis finns det emellertid även utrymme för förbättringar för de s.k. referensskolorna, dvs. de skolor som presterar bäst givet tillgängliga resurser.

Vid jämförelser mellan skolor är försiktighet påkallad då uppföljningssystemet inte innehåller heltäckande information om enskilda skolor. Det är med de data som är tillgängliga svårt att urskilja skolans bidrag till elevernas studieresultat. Detta är en brist i den nationella uppföljningen av skolors resultat. För att analysera skoleffekter krävs en mer ingående information om exempelvis elevernas initiala kunskaper samt en möjlighet att följa elevernas skolgång. Det är därför angeläget att t ex satsa på utökade provdatainsamlingar för att möjliggöra så kallade *value added*-beräkningar där skolans bidrag eller effekt på elevernas resultat kan utvärderas. Genom en *value added*-ansats skulle man också kunna komma ett steg närmare kunskapen om samband mellan olika skolfaktorer och elevernas resultat.

Samband mellan relativ effektivitet och olika faktorer

I studien analyseras också vilka faktorer som samvarierar med skolors relativa effektivitet, varvid regressionsanalys används. De faktorer som undersöks i regressionsanalysen är skolornas lärarsammansättning, förekomst av valfrihet/konkurrens mellan skolor, organisation och arbetsmiljö samt ett antal skolstrukturella variabler.

Resultaten från regressionsanalysen sammanfaller i allt väsentligt med vad tidigare studier visat. Analysen visar att lärarkompetens, mätt som lärarnas tid i yrket, samvarierar positivt med de relativa effektivitetsmåten samt att skolor som har en mer homogen lärarkår med avseende på tid i yrket har en högre relativ effektivitet. Där emot återfinns inget samband mellan andelen lärare med pedagogisk högskoleutbildning och relativ effektivitet vilket kan förefalla förvånande. Att vi inte hittar något samband kan bero på att begreppet pedagogisk högskoleutbildning är ett grovt begrepp som inte tar hänsyn till om läraren har utbildning i det ämne som denne undervisar i. Lärarkompetensens stora betydelse för elevernas utbildningsresultat är emellertid väl belagd i forskningen.⁴⁴ Frånvaron av samband mellan variablerna i denna analys kullkastar inte dessa forskningsresultat men bör bli föremål för fortsatt analys.

Vidare visar regressionsanalysen att fristående skolor samt skolor (oavsett huvudman) som ligger i kommuner med en hög andel elever i fristående grundskolor har en högre relativ effektivitet. Även här är viss försiktighet påkallad när det gäller tolkning och slutsatser. Antalet fristående skolor som uppfyller urvalskriterierna är förhållandevis få och analysen har inte kunnat fånga upp i vilken utsträckning resultaten påverkats av t ex *cream skimming*. Huruvida skolstorlek samvarierar med den

⁴⁴ Skolverket (2002).

relativa effektiviteten är oklart. Slutligen visar regressionsanalysen att skolor som har en hög andel sent invandrade elever har en lägre relativ effektivitet.

Fortsatt utvecklingsarbete

Studier av samband mellan resurser och resultat är viktiga. Skolverket bedömer att DEA-metoden är intressant för att undersöka relativ effektivitet. Metoden är internationellt väl etablerad och används ofta för att bestämma mått på relativ effektivitet inom offentliga verksamheter. Frågan är dock om data i det nationella uppföljningssystemet innehåller tillräcklig information för att bedöma enskilda skolors relativa effektivitet. De resultatvariabler som används i studien baseras på betyg. Eftersom dessa är aggregerade på skolnivå, utgör ett genomsnitt för tre år och omfattar ett stort antal betyg i olika ämnen satta av många olika lärare bedöms de i detta sammanhang hålla tillräcklig kvalitet. Dock saknas resultatmått för de mål som inte ingår som underlag för betygssättningen, t.ex. värdegrundsmål, demokrati-mål etc. Den resursvariabel som används är lärartäthet. Det är den enda resursvariabel som kan identifieras på skolnivå, vilket gör att måttet på skolans resurser blir grovt. Modellen kan bara tillämpas på skolor med årskurs 9. Sammantaget innebär detta enligt Skolverkets bedömning att nuvarande uppföljningsdata inte är tillräckliga för att det skall kunna anses berättigat att genom reguljära DEA-analyser tillskriva *enskilda skolor* precisa mått på relativ effektivitet.

Däremot kan enligt Skolverkets mening mått på relativ effektivitet med nuvarande underlag användas för regressionsanalys av olika faktorerers samband med skolors resultat. Vid en sådan analys görs inga uttalanden om enskilda skolor ut utan resultaten visar på generella mönster i relationerna mellan relativ effektivitet och oberoende variabler av olika slag. De resultat som erhållits i de beräkningar som genomförts och som i allt väsentligt styrks av andra studier pekar på att relativ effektivitet enligt DEA-metoden även med de informationsbrister som finns i data som det nationella uppföljningssystemet innehåller är användbar på aggregerad nivå. Skolverket bedömer därför att det är viktigt att fortsätta arbetet med att utöka tillgången till data i det nationella uppföljningssystemet och att pröva i vilken utsträckning en sådan förbättring får betydelse för DEA-metodens och andra metoders lämplighet för att få fram goda indikatorer på effektiv resursanvändning både på aggregerad nivå och på mer lokal nivå.

Referenser

- Ahlin Å, (2005) "Does School Competition Matter? Effects of a Large-Scale School Choice Reform on Student Performance", in Compulsory Schooling in a Decentralized Setting: Studies of the Swedish Case, *Economic Studies* 85.
- Björklund A, Edin P-A, Fredriksson P och Krueger A, (2003), *Den svenska skolan – effektiv och jämlik?*, Valfärdspolitiska rådet.
- Borge L-E and Naper L.R, (2005), *Efficiency Potential and Efficiency Variation in Norwegian Lower Secondary Schools*, Department of Economics, Norwegian University of Science and Technology.
- Bradley S, Johnes G and Millington J, (2001), "The Effect of Competition on the Efficiency of Secondary Schools in England", *European Journal of Operational Research* 135, pp. 545-568.
- Charnes A, Cooper W.W and Rhodes E, (1978), "Measuring the Efficiency of Decision Making Units", *European Journal of Operational Research*, Vol. 2, Issue 6, pp. 429-444.
- Charnes A, Cooper W.W and Rhodes E, (1981), "Evaluating Program and Managerial Efficiency: An Application of Data Envelopment Analysis to Program Follow Through", *Management Science*, Vol. 27, No.6, pp. 668-697.
- Coelli T, Rao P and Battese G, (1998), *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis*, Kluwer Academic Publishers.
- Duncombe W, Miner J and Ruggiero J, (1997), "Empirical Evaluation of Bureaucratic Models of Efficiency", *Public Choice*, Vol. 93, Issue 1, pp. 1-18.
- Eriksson R och Jonsson J.O, (1993), *Ursprung och utbildning*, Utbildningsdepartementet, SOU 1993:85.
- Fried H.O, Lovell C.A.K and Schmidt S.S, (1993), *The Measurement of Productive Efficiency – Techniques and applications*, Oxford University Press.
- Färe R, Grosskopf S and Lovell C.A.K, (1994), *Production Frontiers*, Cambridge University Press.
- Greene W.H., (2000), *Econometric Analysis - Fourth Edition*, Prentice Hall.
- Grosskopf S, Hayes K, Taylor L and Weber W, (2001), "On the Determinants of School District Efficiency: Competition and Monitoring", *Journal of Urban Economics* 49, pp. 453-478.
- Hanushek E, (1986), "The Economics of Schooling: Production and Efficiency in Public Schools", *Journal of Economic Literature* 24(3), pp. 1141-1177.
- Hanushek E, (1996), "School Resources and Student Performance", in Burtless G, *Does Money Matter?*, Washington, D.C., Brookings Institution.

- Hoxby C, (2000), "Peer Effects in the Classroom: Learning from Gender and Race Variation", *NBER Working Paper*, No. 7867.
- Hsieh C-T and Urquiola M, (2003), "When Schools Compete, How Do They Compete? An Assessment of Chile's Nationwide School Voucher Program", *NBER Working Paper*, No. 10008.
- Härnqvist K, (1992), "Utbildningsreformer och social selection", i Åberg, *Social bakgrund. Utbildning. Livschanser*.
- Krueger A, (1999), "Experimental Estimates of Educational Production Functions", *Quarterly Journal of Economics*, Nr. 115, pp. 1239-1285.
- Lindahl M, (2001), *Home Versus School Learning: A New Approach to Estimating the Effect of Class Size on Achievement*, Discussion Paper, Nr. 261 IZA.
- Maddala G.S., (1992), *Introduction to Econometrics – second Edition*, Prentice Hall.
- Murnane R and Levy F, (1996), "Evidence From 15 Schools in Austin, Texas", in Burtless G, *Does Money Matter?*, Washington, D.C., Brookings Institution.
- Olesen O. B och Peteren N. C, (1996), "A Presentation of GAMS for DEA", *Computers and Operations Research*, Vol. 23, Issue 4, pp. 323-339.
- SALSA (Skolverkets analysverktyg för lokala sambandsanalyser), http://siris.skolverket.se/pls/portal30/PORTAL30.siris_frame.siris
- Sandström M, (2002), "En riktig skolpeng", *Reforminstitutet*.
- Sandström M and Bergström F, (2005), "School Vouchers in Practice: Competition will not Hurt You", *Journal of Public Economics*, Volume 89, pp. 351-380.
- Skolverket, (1999), *Samband mellan resurser och resultat – En studie av landets grundskolor med elever i årskurs 9*, Beställningsnummer 99:464.
- Skolverket, (2002), *Ekonomiska resursers betydelse för pedagogiska resultat*, Skolverkets monografiserie.
- Skolverket, (2004a), *Elever med utländsk bakgrund*, Regeringsuppdrag, Dnr. 75-2004:545.
- Skolverket, (2004b), "Skolans roll för elevers kunskaper och demokrati – En fördjupad analys av Ung i demokrati-studien", <http://www.skolverket.se/content/1/c4/19/62/skolan-demokratin.pdf>
- Skolverket, (2004c), *PISA 2003*. Sammanfattning av rapport 254.
- SOU 2004:116, (2004), *Skolans ledningsstruktur. Om styrning och ledning i skolan*.
- Teddlie C and Reynolds D, (2000), *The International Handbook of School Effectiveness Research*, Falmer Press.
- Timplanedlegationen, www.timplanedlegationen.gov.se

Waldo S, (2003), *Efficiency in Education – A Multilevel Analysis*, Avhandling vid Nationalekonomiska institutionen i Lund, Lund Economic Studies 116.

Bilaga 1. Linjärprogrammering för att beräkna skolors relativa effektivitet

Skolors relativa effektivitet beräknas genom att lösa ett linjärprogrammeringsproblem (LP-problem). I LP-problemet maximeras en målfunktion under ett antal restriktioner. Målfunktionen är den konstant, här kallad θ , det är möjligt att multiplicera resultatet med och restriktionen är att produktionen inte hamnar utanför fronten. θ motsvarar således enskilda skolors beräknade relativa effektivitet. Nedan ges ett numeriskt exempel på hur en produktionsfront är beräknad. Tre skolor, a , b och c , är observerade. Skolornas resurser och resultat redovisas i tabellen nedan.

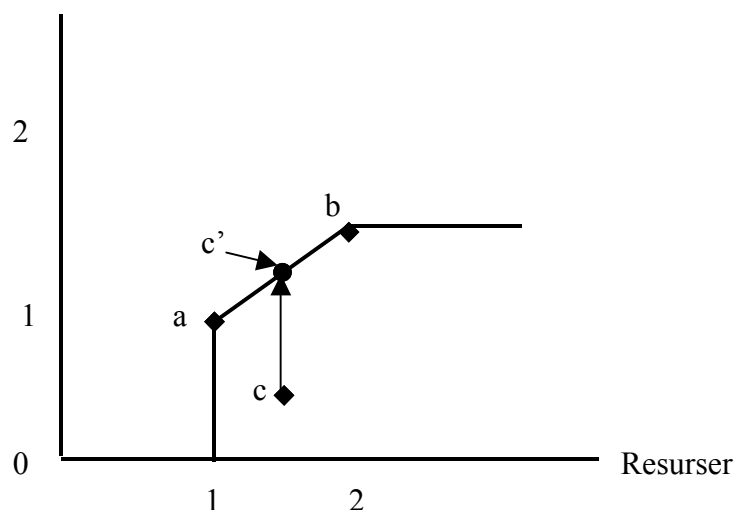
Exempel på observerade skolors resurser och resultat

Skola	Resurs	Resultat
Skola a	1,0	1,0
Skola b	2,0	1,5
Skola c	1,5	0,5

Fronten illustreras i figuren nedan. Under antagande om variabel skalavkastning (se avsnittet *Skalavkastning*) består produktionsfronten av sträckan mellan x-axeln och skola a , sträckan mellan skola a och b samt sträckan från skola b horisontellt med x-axeln. Sträckan mellan skola a och b är en linjär kombination av skola a och b och beräknas enligt följande; $z_a * a + z_b * b$ där $z_a + z_b = 1,0$. Mängden resurser i en punkt mellan skola a och b blir således 1,5 ($0,5 * 1 + 0,5 * 2 = 0,5 + 1$), dvs. mitt emellan 1,0 och 2,0 som var resurserna för a respektive b . På samma sätt beräknas resultatet till 1,25. Denna punkt är betecknad c' i figuren nedan.

Exempel på DEA-front

Resultat



Skola c som har 1,5 i resurser och 0,5 i resultat kommer att jämföras med punkten c' . Genom DEA beräknas θ för skola c vilken blir 2,5 eftersom $2,5 \cdot 0,5 = 1,25$.

Det linjära programmeringsproblemet genom vilket det relativa effektivitetsmättet för skola c beräknas ställs upp enligt följande:

$$Eff^c = \max_{z, \theta} \theta \quad (1)$$

då

$$z_a \cdot 1 + z_b \cdot 1,5 + z_c \cdot 0,5 \geq \theta \cdot 0,5 \quad (2)$$

$$z_a \cdot 1 + z_b \cdot 2 + z_c \cdot 1,5 \leq 1,5 \quad (3)$$

$$z_a + z_b + z_c = 1 \quad (4)$$

$$z_a, z_b, z_c \geq 0 \quad (5)$$

I det linjära programmeringsproblemet ovan maximeras θ under villkoren att den skola som utvärderas (c) inte har mindre resurser än fronten (3), dvs. endast jämförs med skolor som har lika eller sämre förutsättningar samt att resultaten efter multiplikation med θ inte överskrider vad som är möjlig produktion (2). Till vänster om likhets/olikhetstecknet i (2) och (3) återfinns fronten som är en sammanvägning av resurser (i restriktion (3)) respektive resultat (i restriktion (2)) för samtliga observerade skolor (inklusive den skola för vilken det relativa effektivitetsmättet beräknas). Till höger om likhets/olikhetstecknet återfinns värden på resurser och resultat för den skola för vilken det relativa effektivitetsmättet beräknas. Z -värdena kallas intensitetsvariabler och är de vikter som används för att vikta ihop skolornas resurser och resultat. Intensitetsvariablerna summerar till 1,0 enligt restriktion (4). Detta

innebär att modellen skattas med variabel skalavkastning. Utan restriktionen på intensitetsvariablerna erhålls konstant skalavkastning. Som visats i räkneexemplet ovan kommer θ att bli 2,5 eftersom det för skola l är möjligt att producera 2,5 gånger högre resultat.

Exemplet ovan bygger på tre skolor som producerar ett resultat (t.ex. meritvärde) med hjälp av en resurs (t.ex. lärartäthet). Modellen går emellertid att generalisera till K stycken skolor som producerar M stycken resultat med hjälp av N stycken resurser, varvid DEA-modellen kan beskrivas enligt följande⁴⁵;

$$Eff^l = \max_{z, \theta} \theta \quad (6)$$

då

$$\sum_{k=1}^K z_k y_{km} \geq \theta y_m^l, m = 1, \dots, M \quad (7)$$

$$\sum_{k=1}^K z_k x_{kn} \leq x_n^l, n = 1, \dots, N \quad (8)$$

$$\sum_{k=1}^K z_k = 1, k = 1, \dots, K \quad (9)$$

$$z_k \geq 0, k = 1, \dots, K \quad (10)$$

Samtliga M stycken resultatvariabler multipliceras med θ . Det finns nu K stycken z_k som för variabel skalavkastning ska summera till 1,0 enligt restriktion (9). Utan restriktion (9) skattas modellen med konstant skalavkastning. Det linjära ekvationssystemet ovan löses simultant för samtliga skolor (K) varvid vikter (z_k) som maximerar varje enskild skolas relativa effektivitet (θ) skapas.

⁴⁵ För en mer uttömmande diskussion av den generella DEA-modellen och dess antaganden hänvisas till Färe m.fl. (1994).

Bilaga 2. Variabeldefinitioner

Definitioner DEA-variabler

Variabler	Definition/Källa
Lärartäthet	Antalet pedagogisk personal med respektive utan pedagogisk högskoleutbildning omräknat till heltidstjänster per 100 elever. Avser skolnivån. Genomsnitt för läsåren 2001/02, 2002/03 och 2003/04. Källa: Skolverket, lärarregistret.
Andelen elever vars föräldrar har eftergymnasial utbildning	Antalet elever med åtminstone en förälder med eftergymnasial utbildning dividerat med antalet elever som har fått eller skulle ha fått betyg enligt det mål och kunskapsrelaterade betygssystemet. Avser skolnivån. Genomsnitt för läsåren 2001/02, 2002/03 och 2003/04. Källa: Skolverket.
Andelen flickor	Antalet flickor dividerat med antalet elever som har fått eller skulle ha fått betyg enligt det mål och kunskapsrelaterade betygssystemet. Avser skolnivån. Genomsnitt för läsåren 2001/02, 2002/03 och 2003/04. Källa: Skolverket.
Andelen elever med svensk bakgrund	Antalet elever födda i Sverige med föräldrar som är födda i Sverige dividerat med antalet elever som har fått eller skulle ha fått betyg enligt det mål och kunskapsrelaterade betygssystemet. Avser skolnivån. Genomsnitt för läsåren 2001/02, 2002/03 och 2003/04. Källa: Skolverket.

Definitioner DEA-variabler forts.

Variabler	Definition/Källa
Genomsnittligt meritvärde i åk 9	Summan av elevernas meritvärde dividerat med antalet elever som har fått betyg i minst ett ämne enligt det mål- och kunskapsrelaterade betygssystemet. Meritvärdet utgörs av summan av betygsvärdena för de 16 bästa betygen i elevens slutbetyg (G=10, VG=15 och MVG=20) där maxvärdet motsvarar 320 poäng. Avser skolnivån. Genomsnitt för läsåren 2001/02, 2002/03 och 2003/04. Källa: Skolverket.
Andelen elever med fullständiga betyg	Elever med betyg i 16 ämnen dividerat med antalet elever som har fått eller skulle ha fått betyg enligt det mål och kunskapsrelaterade betygssystemet. Avser skolnivån. Genomsnitt för läsåren 2001/02, 2002/03 och 2003/04. Källa: Skolverket.
Andelen elever som är behöriga till gymnasieskolans nationella program	Elever med minst betyget Godkänd i ämnena svenska/svenska som andraspråk, engelska, och matematik dividerat med antalet elever som har fått eller skulle ha fått betyg enligt det mål och kunskapsrelaterade betygssystemet. Avser skolnivån. Genomsnitt för läsåren 2001/02, 2002/03 och 2003/04. Källa: Skolverket.

Definitioner Regressionsvariabler

Variabler	Definition/Källa
Tid i läraryrket, genomsnitt för skolan	Genomsnittligt antal år som skolans pedagogiska personal tjänstgjort som lärare enligt lärarregistret. Genomsnitt för läsåren 2001/02, 2002/03 och 2003/04. Källa: Skolverket, lärarregistret.
Variationen i lärarerfarenhet (tid), standardavvikelse för skolan	Variationen i anställningstid beräknad som standardavvikelse per skola vad gäller det antal år som skolans pedagogiska personal tjänstgjort som lärare enligt lärarregistret. Genomsnitt för läsåren 2001/02, 2002/03 och 2003/04. Källa: Skolverket, lärarregistret.
Andelen lärare med pedagogisk högskoleutbildning och som har adekvat utbildning för den tjänst de innehar på skolan	Antalet lärare (omräknat till heltidstjänster) på skolan som har pedagogisk högskoleutbildning och adekvat utbildning för den tjänst de innehar på skolan dividerat med det totala antalet lärare (omräknat till heltidstjänster) på skolan. Adekvat utbildning avser pedagogisk utbildning som motsvarar tjänstens befattningskod. Genomsnitt för läsåren 2001/02, 2002/03 och 2003/04. Källa: Skolverket, lärarregistret.
Andelen tillsvidareanställda lärare på skolan	Antalet lärare (omräknat till heltidstjänster) på skolan som har en tillsvidareanställning dividerat med det totala antalet lärare (omräknat till heltidstjänster) på skolan. Genomsnitt för läsåren 2001/02, 2002/03 och 2003/04. Källa: Skolverket, lärarregistret.
Antalet lärare per skolledare	Antalet lärare på skolan (omräknat till heltidstjänster) dividerat med antal skolledare på skolan (omräknat till heltidstjänster). Genomsnitt för läsåren 2001/02, 2002/03 och 2003/04. Källa: Skolverket, lärarregistret.

Definitioner regressionsvariabler forts.

Variabler	Definition/Källa
Läroarsättning	Andelen (%) av de tjänstgörande lärarna basåret som fanns kvar som tjänstgörande lärare året därpå. Genomsnitt för läsåren 2001/02, 2002/03 och 2003/04. Källa: SCB, lärarregistret.
Skolledarsättning	Andelen (%) av de tjänstgörande skolledarna basåret som fanns kvar som tjänstgörande skolledare året därpå. Genomsnitt för läsåren 2001/02, 2002/03 och 2003/04. Källa: SCB, lärarregistret.
Andelen elever i kommunen som går i fristående grundskola	Andelen (%) av kommunens grundskoleelever (folkbokförda i kommunen) som går i fristående grundskola. Genomsnitt för läsåren 2001/02, 2002/03 och 2003/04. Källa: Skolverket.
Kommunens tätortsgrad	Antalet invånare i kommunen som bor i en tätort dividerat med den totala befolkning i kommunen. Med tätort avses sammanhängande bebyggelse med normalt högst 200 meter mellan husen och med minst 200 invånare. Avser år 2000. Källa: Skolverket.
Skolstorlek	Antalet elever på skolan. Genomsnitt för läsåren 2001/02, 2002/03 och 2003/04. Källa: Skolverket, skolregistret.
Fristående skola	Dikotom variabel för fristående skolor. Källa: Skolverket, skolregistret.
Deltar i timplaneförsöket	Dikotom variabel för skolor som ingår i Timplanedelegationens försöksverksamhet med befrielse från den nationella timplanens indelning per ämne eller ämnesgrupp. Försöket påbörjades år 2000. Källa: Timplanedelegationen.

Definitioner regressionsvariabler forts.

Variabler	Definition/Källa
Andelen elever med utländsk bakgrund som invandrat till Sverige efter sju års ålder	Antalet elever som inte är födda i Sverige och som invandrat efter sju års ålder dividerat med antalet elever som fått eller skulle ha fått betyg enligt det mål och kunskapsrelaterade betygssystemet. Genomsnitt för läsåren 2001/02, 2002/03 och 2003/04. Källa: Skolverket.

Bilaga 3. Alternativa modellspecifikationer som används i känslighetsanalysen

Variabler	Alternativa modeller				
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Resurser					
Lärartäthet	X	X	X	X	X
Elevsammansättning					
Andelen elever vars föräldrar har eftergymnasial utbildning	X				X
Andelen flickor	X	X	X		X
Andelen elever med svensk bakgrund		X			X
Andelen elever som är födda i Sverige	X		X	X	
Andelen elever vars mor har eftergymnasial utbildning		X	X		
Resultat					
Genomsnittligt meritvärde i åk 9	X	X	X		X
Andelen elever med fullständiga betyg	X	X	X	X	X
Andelen elever som är behöriga till gymnasieskolans nationella program	X	X	X	X	X
Resultat på nationella proven (ma, en, sve)					X

Bilaga 4. Programvara

Effektivitetsberäkningarna i DEA bygger på att man löser ett linjärprogrammeringsproblem (LP-problem) för varje skola. En sådan beräkning kan i princip göras med alla program som kan lösa den typen av matematiska problem. I praktiken krävs kraftfulla program eftersom det är ett stort antal LP-problem som ska lösas och problemen ofta blir stora med många dimensioner. Exempel på program som används är SAS och GAMS. GAMS är ett program speciellt utvecklat för programmeringsproblem där t.ex. Olesen och Petersen (1996) har publicerat kod för lösning av DEA-problem.

I denna studie är den empiriska analysen genomförd i programmet OnFront som är speciellt utvecklat för DEA analys. Programmet löser effektivt stora LP-problem och är enkelt att arbeta i. Arbetsmiljön påminner om Excel då data är organiserat i kalkylblad. Exempel på alternativa program som är utvecklade för DEA är Warwick DEA, DEAP (Data Envelopment Analysis Program) och EMS (Efficiency Measurement System).

Bilaga 5. Statistisk signifikans

Ett statistiskt resultat är signifikant på en viss nivå α om resultatet medför att nollhypotesen förkastas vid ett t-test på en viss signifikansnivå α . I förevarande studie används signifikansnivåerna 0,01 respektive 0,05. För att vi ska förkasta nollhypotesen krävs det att testvärdet, t-värdet, är $\geq 2,576$ för signifikansnivån 0,01 respektive $\geq 1,960$ för signifikansnivån 0,05.

I avsnittet *Analys av variation i relativ effektivitet* beräknas t-värdet genom att dividera den estimerade koefficienten med standardfel för respektive koefficient:

$$t - \text{värdet} = \frac{\hat{\beta}}{\text{standardfel}(\hat{\beta})}$$

Bilaga 6. Deskriptiv statistik för de variabler som ingår i studien

Deskriptiv statistik för de åk 9 skolor som ingår i undersökningen, DEA-variabler

	Medel- värde	Standard- avvikelse	Minvärde	Maxvärde
Resurser				
Lärartäthet	8,1	1,2	4,8	18,7
Elevsammansättning				
Andelen elever vars föräldrar har eftergymnasial utbildning	42,5	15,1	10,1	88,9
Andelen flickor	49,1	4,6	31,8	74,4
Andelen elever med svensk bakgrund	86,0	16,9	2,4	100,0
Resultat				
Genomsnittligt meritvärde i åk 9	207,3	17,8	130,4	289,8
Andelen elever med fullständiga betyg	76,2	11,0	26,2	100,0
Andelen elever som är behöriga till gymnasieskolans nationella program	90,2	7,4	40,2	100,0

Deskriptiv statistik för de åk 9 skolor som ingår i undersökningen, regressionsvariabler

	Medel- värde	Standard- avvikelse	Minvärde	Maxvärde
Beroende variabel				
Inverterade relativa effektivitetsmått	0,92	0,05	0,69	1,0
Oberoende variabler				
Tid i läraryrket, genomsnitt för skolan	13,8	3,4	2,7	24,6
Variation i tid i läraryrket, standardavvikelse för skolan	10,8	1,6	1,8	13,5
Andelen lärare med pedagogisk utbildning och adekvat utbildning för den tjänst de innehar på skolan	67,9	13,1	5,3	94,3
Andelen tillsvidareanställda lärare på skolan	78,2	9,7	19,1	100,0
Antalet lärare per skolledare*	21,4	39,7	1,8	1 313,1
Läraryrkesomsättning*	77,2	8,0	39,0	98,0
Skolledaromsättning*	88,5	13,7	38,7	100,0
Andelen elever i kommunen som går i fristående grundskola	5,5	5,0	0,0	23,1
Kommunens tätortsgrad	82,2	14,6	31	100,0
Skolstorlek	413,7	165,4	30,3	1 238,0
Fristående skola	0,1	0,3	0,0	1,0
Deltar i timplaneförsöket	0,2	0,4	0,0	1,0
Andel elever med utländsk bakgrund som invandrat till Sverige efter sju års ålder	3,7	5,9	0,0	51,3

Anm. * avser endast 986 skolor.